

DEAにおける近年の研究動向と応用

Andrew L. Johnson

DEAの歴史は40年近くになるが、2000年以降は研究の方向性や応用という点で多様性が顕著に見られるようになった。本稿では、近年の主要なDEAの応用分野もっとも盛んな研究分野について解説する。特に、DEAは公益事業での規制、エネルギーと環境、教育という応用分野で広範囲に使われている。方法論としても主にネットワークによる分析、好ましくないアウトプットの扱い、ノイズのモデリングにおいて革新が進んでいる。ここでは、特筆すべき研究をいくつかまとめ、将来の研究の方向性について述べる。

キーワード：ネットワーク DEA, 好ましくないアウトプット, ノイズを含む DEA, エネルギーと環境, 規制, 教育

1. はじめに

包絡分析法 (Data Envelopment Analysis; DEA) という名前は、Farrell [1] の効率性の概念をもとに、Charnes et al. [2] が発展させた独創的な研究からきている。似たような研究モデルが経済学の文献からも生まれているが [3-5]、オペレーションズ・リサーチにおける研究、William W. Cooper と Abraham Charnes の台頭、また彼らの政策関連での問題提起 [6] などによって、DEA はオペレーションズ・リサーチとマネジメントサイエンスの研究者たちの心を捉えた¹。この研究分野においてすでに1万本以上の研究論文が書かれているが、本稿では2000年以降の研究動向に光を当てて考察していく。主に方法論上で貢献がめざましいものや近年の主だった応用研究について述べていく。

線形計画法の利用、公理化、規模の収穫の仮定を含むDEAの基本的な方法論はCharnes et al. [2] と Banker et al. [7] の独創的な研究論文で述べられている。DEAのもっとも有名な書籍はおそらくCooper et al. [8]であろう。しかしながら、DEAの方法論においてはネットワーク DEA、好ましくないアウトプット (undesirable output)、ノイズを含む DEA (DEA with noise) の三つの話題が2000年以降注目を集めている。これら以外にも広範囲な研究がなされているが、ここではこの三つの分野に焦点を当てていきたいと思う。これ

らの手法は多くの論文に引用されているという点で卓越しており、また、効率の測定に関連した応用研究でもっとも影響を与えたものといえる。

また、米連邦政府の育児支援施策の一つである Head Start Program の有益性を評価するという当初のDEAの応用 [6] 以来、DEAは政策関連の困難かつ重要な諸問題について解決の糸口を見つけるために使われてきた。影響力と普及率の両方の観点から、DEAが活用されてきた特筆すべき三つの応用分野は、規制、エネルギーと環境、教育である。ヨーロッパの主な国々における公益事業 (utilities) の規制には何らかのベンチマーキングが使われている。配電事業はDEAが普及している市場の一つである。また、DEAの環境分野への応用としては汚染物質の市場価格を測れるとして非常に注目されている。教育の面では、DEAはHead Start Programに初めて使われたことで知られるようになったが、今日でもアメリカ、ヨーロッパなどで教育政策を評価するために広く活用されている。以下、関連する文献をより詳しく紹介し、DEAの重要な役割を整理する。

2. 方法論

2.1 ネットワーク DEA

ネットワークとは、ネットワーク構造で互いにリ

本論文の執筆にあたり、廣津信義・ジョンソン知恵紀両氏から翻訳のご指導をいただきました。心より感謝いたします。本論文の結果・結論は、筆者自身の見解であり、必ずしもTexas A&M大学や本論文を執筆する際に助言をくださった方々の見解を反映したものではありません。

¹ このメソッドの認知度を示す方法の一つとして、2017年2月19日現在のGoogle Scholarの検索を例に挙げたい。Charnes et al. [2] と Banker et al. [7] はともに引用頻度が非常に高く、Charnes et al. は25,767回、Banker et al. は14,559回となっている。

アンドリュー・ジョンソン
Department of Industrial and Systems Engineering,
Texas A&M University
4033 Emerging Technologies Building, College Station,
Texas 77843-3131, U.S.A.
大阪大学大学院情報科学研究科
〒565-0871 大阪府吹田市山田丘1-5
ajohnson@tamu.edu

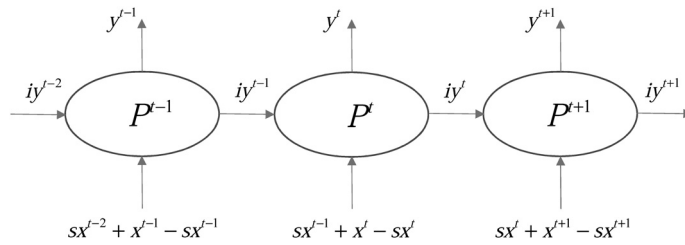


図1 ダイナミックネットワーク構造の例

ンクされるいくつかの生産プロセス [9, 10], または、経時的な生産プロセスのダイナミックな変化を表現するために使われる。ここでは Bogetoft et al. [11] と Kao and Hwang [12] を例に挙げたい。2000 年以降ネットワーク DEA はかなり注目されている。ネットワークモデルの難しい点は、特定のデータセットを見つけることである。ここで必要なデータセットは、同様のあるいは極めて類似性の高いネットワーク構造を有する相当数の生産ユニットである。これらの構造は一般的に内生的であるため、ダイナミックなネットワーク構造を含む諸問題について計量経済学のアプローチの適用には未だ至っていない。しかしながら、生産ユニットレベルでオペレーション上の改善方法を生み出すためには、生産ダイナミクスモデル化は欠かせない [13]。生産のネットワーク構造で部門を考慮したうえで、生産ユニットの時間変化をモデルに組み込むという、ダイナミックモデルとネットワークモデルを統合した DEA モデルの構築 [14] は近年における重要な発展として特筆すべきものである。

このダイナミックネットワーク DEA モデルは、自己の技術を反映した時間依存性のあるインプット x^t とアウトプット ($y^t + iy^t$) を用いて活動 P^t を期間ごとに扱う。期間 t のアウトプットの一部は期間 $t+1$ に製品在庫として引き継がれる。図 1 は継続した期間をつなぐダイナミック DEA モデルを示したものである；ある期間 t のアウトプットは最終的なアウトプット y^t と製品在庫としてのアウトプット iy^t の両方から成っている。このモデルは原材料在庫にも適用することができ、それぞれの期間 t においていくつかのインプット sx^t を保存することができ、後で使うこともできる。Nemoto and Goto [15, 16] は資本を在庫資本として扱うことができる革新的なアプローチを導入している。

近年、元来のダイナミックネットワーク DEA を非比率型モデル (non-radial model) に展開する動きが大変注目を集めている [14, 17]。Tone and Tsutsui [14] は、モデルを二つの方法でネットワーク化している。

一つは生産プロセスの中にも生産プロセスがあるようなネットワークであり、二つ目はダイナミックな面をネットワークとしてモデル化することである。

2.2 好ましくないアウトプット

社会にとって有益となる生産物 (以下、Goods) とともに汚染物質など処理に費用がかかるような物質 (以下、Bads) が生産される。これは好ましくないアウトプットと呼ばれ、DEA の派生的な研究分野となっている。Goods と Bads の関係をモデル化するのに最も一般的なアプローチは、weak disposability² を仮定することである。これは、同じインプット量のときは、Goods と Bads は同時に比例的に減らすことができることを意味する [18]。Färe et al. [19] 以来、このアプローチは効率性分析と汚染物質の shadow pricing の文献で注目を浴びるようになった [20-25]。

ここで、 x をインプットに対応する確率変数からなる d 次のベクトル、 y を Goods に対応する確率変数からなる s 次のベクトル、 b を bads に対応する確率変数からなる j 次のベクトルとする。この生産可能集合を $T = \{(x, y, b) : x \text{ は } (y, b) \text{ を生産可能}\}$ とする。この生産可能集合を定義する仮定は、

1. T は凸集合である。
2. 規模の収穫は可変である。

Bads があるときには生産に関する公理は以下のように書き換えられると Shephard [18] が初めて提唱した。

3. インプットの free disposability

$$\text{If } (x, y, b) \in T \text{ and } x' \geq x, \text{ then } (x', y, b) \in T$$

4. アウトプットの free disposability

$$\text{If } (x, y, b) \in T \text{ and } y' \leq y, \text{ then } (x, y', b) \in T$$

5. アウトプットと汚染物質との weak disposability

$$\text{If } (x, y, b) \in T \text{ and } 0 \leq \phi \leq 1, \text{ then } (x, \phi y, \phi b) \in T$$

² weak disposability では汚染物質を処分するのにその量に応じて費用が発生する。free disposability ではその処分に費用はかからない。

上記の生産可能性の公理に基づき, weak disposable な生産可能集合 T は

$$T = \{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{b}) \in \mathbb{R}_+^{(d+s+j)} \mid \begin{aligned} \mathbf{x} &\geq \sum_{i=1}^n ((\lambda_i + \mu_i) \mathbf{x}_i); \\ \mathbf{y} &\leq \sum_{i=1}^n (\lambda_i \mathbf{y}_i); \\ \mathbf{b} &\geq \sum_{i=1}^n (\lambda_i \mathbf{b}_i); \\ \sum_{i=1}^n (\lambda_i + \mu_i) &= 1; \\ \lambda_i, \mu_i &\geq 0 \end{aligned} \}$$

と表現できる. ここで, λ_i は観測された事業体を凸結合したものが実現可能であることを示しており, μ_i は同じインプットレベルを維持しつつアウトプットと汚染物質が減少できることを示している. その他のエネルギーと環境の分野における weak disposability の応用事例については, Zhou et al. [26] に詳しく述べられている.

近年, 標準的な weak disposability モデルを非比率モデルに展開することへの関心が非常に高まっている. これは非比率型モデルでインプット・アウトプットベクトルを単に比率的に収縮させるのではなく, むしろインプット, Goods, Bads の3者間の平均スラックを調整して, フロントアに射影するという考え方である. Sueyoshi and Goto [27] はインプットが Bads を削減するために役立つか考察することで, natural disposability と managerial disposability という新しい概念を生み出した.

2.3 ノイズを含む DEA

DEA 系の推定法で不特定のノイズがあるモデルはしばしば回帰モデルの形をとり, 以下のように示すことができる.

$$y = f(\mathbf{x}) - u + v$$

ここで, \mathbf{x} は d 次の確率変数からなるベクトルであり, y は確率変数, u は生産プロセスで系統的な非効率性を特徴づける非負の確率変数, v は $E(v|\mathbf{x}) = 0$ を満たすランダムノイズを特徴づける確率変数である [28, 29]. Kuosmanen and Kortelainen [30] は最初に $\epsilon = v - u$ とおいて条件付き平均関数 $f(\mathbf{x}) + \epsilon$ を推定し, 次いで誤差項の分散にある仮定において, フロントアを移動し調整することで DEA をより一般化するモデルを提案した. さらに, 回帰関数 $f(\cdot)$ は凹性と単調性を満たす DEA タイプの関数とした.

条件付き平均値の最小二乗推定量について, Kuosmanen and Johnson [31] と Kuosmanen et al. [29] の論文がノイズを DEA にどう組み込むべきかを述べている. 従来から使われているノイズの項を用いることで標準的な統計学の文献と関連づけることができる [32]. 特に, 中心極限定理により, 多数の独立した確率変数の算術平均の分布は, その確率変数の分布にかかわらず, 正規分布で近似できることが知られている.

モデルによる誤差や測定誤差がノイズ項に集約されるという典型的なケースでは, 回帰に基づくアプローチが適切であることが中心極限定理により支持される. 回帰と従来の誤差項をリンクさせるという発想が, この研究と以前のノイズを DEA にどう組み込むかという研究との違いを示している [33].

これをより詳しく述べると, Kuosmanen et al. [29] は Hall and Simar [34] の nonparametric kernel deconvolution estimator を最大限に活用している. 非効率性の項が非対称でありノイズ項 v の密度分布が 0 で唯一のピークをもつことを仮定している. さらに, Hall and Simar [34] は, σ_v^2 が漸近的に 0 に近づくと仮定しており, これは, 彼らの推定量の整合性を証明するために必要となる条件である. Hall and Simar の deconvolution 法は「データに語るせる」という DEA の「マントラ (mantra)」に則り, パラメトリックな仮定なしで非効率性の期待値の推測を可能にしている.

3. DEA の応用

William W. Cooper は研究の面, 特に DEA の応用において “application-driven theory” の提唱者であることが広く知られている. 以下は彼の 1996 年の文献からの引用である [35].

昨今研究文献は厳肅さを重んじているが, それはある意味, 現場の実践から離れてしまっているように感じる. これらの研究の多くは “pure science” に向かっている一方, 我々の研究が双方の利益授受を基とし現場の実践と互いに影響し合うべきならば, 目指す方向性は “applied science” に向かわなければならない (またはそうあるべきだ). これは, 現代の研究の専門で扱う問題が面白みに欠ける, と言っているのではない. “application-driven theory” というよりは “theory-driven applications” の形をとることがほとんどであると, 言いたいのである. 特に, 急速に変化している昨今の実践現場の状況と有意義な接点を持ち続けるのであれば, また, 付け加えると, 我々が, 他の分野からの実りあ

る参画を期待し続けるのであれば、“application-driven theory”は必要不可欠である（少なくとも非常に必要とされている）。

この考えを踏まえて、DEAが重要な役割を果たしたいいくつかの応用例を分野別に以下まとめる。

3.1 規制

今日において、ヨーロッパの多くの国々では配電事業のコストを監視するために何らかの形で規制がなされている。Bogetoft and Otto [36]は、ベンチマーキングでのDEAの活用をまとめた著書であるが、その中では規制について一つの章が割かれている。表1はその章からの抜粋で、個々の国々で適用されている配電事業の規制に使われた効率性の測定法をまとめたものである。以下、表1の用語を解説する。

プライスカップ規制および収入キャップ規制とは、配電事業者のサービスの価格や収入の上限を制限する規制を指す。一般的にこれらのキャップは、たとえば、費用や効率性、小売物価指数、配電事業全体の生産性上昇率などをもとに上限値を設定している。これらの規制ではデータを収集・分析し、短期的な目標（上限値）が設定される。これは目標が設置されてからサービスを行うため、事前分析と呼ばれている。

ヤードスティック競争は事後分析をする点で、上記の規制の形とは異なる。ヤードスティック競争では、お互いに競い合った結果を効率性で評価する。表1から、DEAが効率のよいコスト・パフォーマンスを知るための方法として活用されていることがわかる。ほかの方法としては、確率的フロンティア分析 (Stochastic Frontier Analysis; SFA)、COLS(Corrected Ordinary Least Squares)、MOLS(Modified Ordinary Least Squares)などが含まれる。SFA、COLS、MOLSはさまざまな仮定を用いるパラメトリックな機能をもつメソッドである。詳しくはFried et al. [37]を参照いただきたい。

これらの国々の規制は、その場しのぎだけではなく熟慮されたうえで実施が試みられている。その中でもほとんどの国々がDEAを、または、DEAとほかのメソッドとの組み合わせを使用していることに注目したい³。多くの国々では電気事業が自由化されても配電事業には規制が残るため、DEAのようなメソッドの必要性が増していくであろう。なお、電気事業における規制については、本特集の筒井氏の記事でも詳しく述べられている。また、電気事業以外ではEmmanuel Thanassoulisが水道事業の規制についていくつか研究論文を発表している [39, 40]。

3.2 エネルギーと環境

DEAはエネルギーと環境の分野とのつながりが強く、その分野においてよく使われている。好ましくないアウトプットや配電事業などのいくつかの点はすでに本稿で扱った。本節では好ましくないアウトプットについて、また、DEAモデルがエネルギー政策に影響を与えたり、画期的な使われ方をしたりしているその他の事例について簡単に見ていきたい。

好ましくないアウトプットと最もよく関連づけられるのは、何といても石炭火力発電所での応用である。1990年アメリカの大気汚染防止法修正案 (the Clean Air Act Amendment) が可決され、窒素酸化物 (NO_x) と二酸化硫黄 (SO_2) の2種類の大気汚染ガスを取引対象とする排出許可証取引 (trading emission permits) の市場が生まれた。窒素酸化物と二酸化硫黄は酸性雨やオゾン層破壊の原因になることが判断された。これに関連してSueyoshi and Goto [41]は、大気汚染防止プログラムは効果があり、上記の2種類以外にも規制を広げ、二酸化炭素 (CO_2) も組み込んだほうがよいという研究結果を発表している。その他の石炭火力発電所関連の研究として、Yang and Pollitt [42]が中国での規制を検討し考察している。

エネルギー効率がさまざまな分析のレベルでどのように生産性に関わってくるのかという点にも研究者は注目しているようである。たとえばFäre et al. [43]は、OECD (経済協力開発機構) の国レベルのデータを調べ、Honma and Hu [44]は日本の都道府県レベルでの分析を、また、Boyd and Pang [45]はアメリカの工場レベルのデータを分析している。これらの研究から、エネルギー効率と生産性には関わりがあることが明らかになっている。

3.3 教育

大学レベルでの効率性の測定は、世界中の昨今の政策イニシアティブに関連している。最も一般的な効率性の測定法の一つとしてDEAは教育の諸問題に関する答えを模索するために使われている。90年代の終わり頃、アメリカでは大学はイノベーションの源泉であると認識されていた。これにより、多くの大学が知的財産を所有し、ライセンス化することが重要だと考えるようになった。Thursby and Kemp [46]は大学の商

³ この表が作られた2010年以降、いくつかの国では規制のメソッドを変えたところがある。たとえば、フィンランドは現在Stochastic Nonparametric Envelopment of Data (StoNED) が使われている。このメソッドはDEAの公理をノイズのあるノンパラメトリックモデルに組み込むことができる [29, 38]。

表 1 ヨーロッパ諸国における配電事業者の規制一覧 ([36] より抜粋)

国	規制	ベンチマークの方法
オーストリア	収入キャップ	DEA-SFA
ベルギー	収入キャップ	DEA
ドイツ	収入キャップ	DEA-SFA
デンマーク	収入キャップ	COLS-MOLS
スペイン	収入キャップ	その他
フィンランド	収入キャップ	DEA, SFA
イギリス	収入キャップ	COLS, その他
ハンガリー	プライスカップ	その他
アイルランド	プライスカップ	その他
オランダ	ヤードスティック競争	DEA-OLS-MOLS
ノルウェー	ヤードスティック競争	DEA
スウェーデン	収入キャップ	DEA

業効率性 (commercial efficiency) を伸ばすために、知的財産のライセンス化がどのように影響しているかを調べた。アメリカの大学の Association of University Technology Managers により集められたアンケートデータによると、商業活動の大幅な伸びが確認された。生物科学と工学関連の大きなプログラムがある大学はその伸びが顕著であった。また、Abbott and Doucouliagos [47] は教育の普及と、公共への利益還元を使命に掲げ、オーストラリアの大学の効率性を調べるため DEA を利用した。彼らの研究によると、オーストラリアの大学は高い水準で効率的に機能していることが明らかになった。Johnes [48] はイギリスにおける大学などの高等教育機関 (higher education institutions (高等教育機関)) について調べた。当時イギリスでは HEIs にどのように予算を分配すべきかという政策見直しの最中であり、効率性という点を予算分配に反映したいと考えていた。彼らの研究からイギリスの HEIs は効率的に機能していることがわかった。

以上、教育の分野において、効率性を分析するため DEA が使われている研究の中で、多く引用されている研究文献のいくつかを紹介した。この研究文献に関する最近のレビューは、たとえば Thanassoulis et al. [49] を見てほしい。

4. おわりに

DEA は今日も広く活用され続けている。ノイズや好ましくないアウトプットなどを取り込み、さまざまな DEA モデルが生まれるたび、DEA をツールとして使えるアプリケーションが増えていく。90年代と2000年初頭は、DEAの統計的性質にフォーカスされたが [50]、より最近の研究では、測定誤差や変数の省略などのノイズの一般的な原因を考慮に入れることは、母集団が

らのサンプルだけを見て統計的性質を理解しようとする試みと同じぐらいに重要視されている。ネットワーク DEA モデルに使うデータに必要となる条件を模索すること、また、内部のネットワーク構造が同一ではない場合にどのように比較するかという試みは、前進し続ける研究の方向性として期待できる。最後に、William W. Cooper によって提唱された “application-driven theory” の考え方を大切に研究を進めることは、今日の DEA の応用研究をより一層有意義なものにするために必要であることを強調したい。

参考文献

- [1] M. J. Farrell, “The measurement of productive efficiency,” *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)*, **120**, pp. 253–290, 1957.
- [2] A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes, “Measuring the efficiency of decision making units,” *European Journal of Operational Research*, **2**, pp. 429–444, 1978.
- [3] J. N. Boles, “Efficiency squared-efficient computation of efficiency indexes,” In *Proceedings of the Annual Meeting (Western Farm Economics Association)*, **39**, pp. 137–142, 1966.
- [4] J. N. Boles, *The 1130 Farrell Efficiency System-multiple Products, Multiple Factors*, Giannini Foundation of Agricultural Economics, 1971.
- [5] S. N. Afriat, “Efficiency estimation of production functions,” *International Economic Review*, pp. 568–598, 1972.
- [6] A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes, “Evaluating program and managerial efficiency: An application of data envelopment analysis to program follow through,” *Management Science*, **27**, pp. 668–697, 1981.
- [7] R. D. Banker, A. Charnes and W. W. Cooper, “Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis,” *Management Science*, **30**, pp. 1078–1092, 1984.
- [8] W. W. Cooper, L. M. Seiford and K. Tone, *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*:

With DEA-solver Software and References, Springer Science & Business Media, 2006.

- [9] R. Färe and S. Grosskopf, "Network DEA," *Socio-Economic Planning Sciences*, **34**, pp. 35–49, 2000.
- [10] C. Kao, "Network data envelopment analysis: A review," *European Journal of Operational Research*, **239**, pp. 1–16, 2014.
- [11] P. Bogetoft, R. Fre, S. Grosskopf, K. Hayes and L. Taylor, "Dynamic network DEA: An illustration," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **52**, pp. 147–162, 2009.
- [12] C. Kao and S.-N. Hwang, "Efficiency measurement for network systems: Its impact on firm performance," *Decision Support Systems*, **48**, pp. 437–446, 2010.
- [13] S. Fallah-Fini, K. Triantis and A. L. Johnson, "Reviewing the literature on non-parametric dynamic efficiency measurement: State-of-the-art," *Journal of Productivity Analysis*, **41**, pp. 51–67, 2014.
- [14] K. Tone and M. Tsutsui, "Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach," *Omega*, **42**, pp. 124–131, 2014.
- [15] J. Nemoto and M. Goto, "Dynamic data envelopment analysis: Modeling intertemporal behavior of a firm in the presence of productive inefficiencies," *Economics Letters*, **64**, pp. 51–56, 1999.
- [16] J. Nemoto and M. Goto, "Measurement of dynamic efficiency in production: An application of data envelopment analysis to Japanese electric utilities," *Journal of Productivity Analysis*, **19**, pp. 191–210, 2003.
- [17] K. Tone and M. Tsutsui, "Dynamic DEA: A slacks-based measure approach," *Omega*, **38**, pp. 145–156, 2010.
- [18] R. W. Shephard, *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1970.
- [19] R. Färe, S. Grosskopf and C. Pasurka, "Effects on relative efficiency in electric power generation due to environmental controls," *Resources and Energy*, **8**, pp. 167–184, 1986.
- [20] R. Färe, S. Grosskopf and C. Pasurka Jr., "Environmental production functions and environmental directional distance functions," *Energy*, **32**, pp. 1055–1066, 2007.
- [21] M. Mekaroonreung and A. Johnson, "Estimating the shadow prices of SO₂ and NO_x for U.S. coal power plants: A convex nonparametric least squares approach," *Energy Economics*, **34**, pp. 723–732, 2012.
- [22] A. Hailu and T. Veeman, "Environmentally sensitive productivity analysis of the canadian pulp and paper industry, 1959–1994: An input distance function approach," *Journal of Environmental Economics and Management*, **40**, pp. 251–274, 2000.
- [23] H. Scheel, "Undesirable outputs in efficiency valuations," *European Journal of Operational Research*, **132**, pp. 400–410, 2001.
- [24] P. Zhou, B. Ang and K. Poh, "Slacks-based efficiency measures for modeling environmental performance," *Ecological Economics*, **60**, pp. 111–118, 2006.
- [25] J. Zofo and A. Prieto, "Environmental efficiency and regulatory standards: The case of CO₂ emission from OECD industries," *Resource and Energy Economics*, **23**, pp. 63–83, 2001.
- [26] P. Zhou, B. Ang and K. Poh, "A survey of data envelopment analysis in energy and environmental studies," *European Journal of Operational Research*, **189**, pp. 1–18, 2008.
- [27] T. Sueyoshi and M. Goto, "Returns to scale and damages to scale under natural and managerial disposability: Strategy, efficiency and competitiveness of petroleum firms," *Energy Economics*, **34**, pp. 645–662, 2012.
- [28] R. Banker and A. Maindiratta, "Maximum likelihood estimation of monotone and concave production frontiers," *Journal of Productivity Analysis*, **3**, pp. 401–415, 1992.
- [29] T. Kuosmanen, A. Johnson and A. Saastamoinen, "Stochastic nonparametric approach to efficiency analysis: A unified framework," *International Series in Operations Research and Management Science*, **221**, pp. 191–244, 2015.
- [30] T. Kuosmanen and M. Kortelainen, "Stochastic non-smooth envelopment of data: Semi-parametric frontier estimation subject to shape constraints," *Journal of Productivity Analysis*, **38**, pp. 11–28, 2012.
- [31] T. Kuosmanen and A. Johnson, "Data envelopment analysis as nonparametric least-squares regression," *Operations Research*, **58**, pp. 149–160, 2010.
- [32] W. H. Greene, *Econometric Analysis*, 7th edition, Prentice Hall, 2011.
- [33] O. Olesen and N. Petersen, "Stochastic data envelopment analysis: A review," *European Journal of Operational Research*, **251**, pp. 2–21, 2016.
- [34] P. Hall, and L. Simar, "Estimating a changepoint, boundary, or frontier in the presence of observation error," *Journal of the American Statistical Association*, **97**, pp. 523–534, 2002.
- [35] W. W. Cooper, "Research and practice in contemporary accounting," *The Accounting Historians Journal*, **23**, pp. 130–135, 1996.
- [36] P. Bogetoft, and L. Otto, *Benchmarking with DEA, SFA, and R*, Volume 157, Springer Science & Business Media, 2010.
- [37] H. O. Fried, C. A. K. Lovell and S. S. Schmidt (Eds.), *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*, Oxford University Press, 2008.
- [38] T. Kuosmanen, "Stochastic semi-nonparametric frontier estimation of electricity distribution networks: Application of the stoned method in the finnish regulatory model," *Energy Economics*, **34**, pp. 2189–2199, 2012.
- [39] E. Thanassoulis, "DEA and its use in the regulation of water companies," *European Journal of Operational Research*, **127**, pp. 1–13, 2017.
- [40] E. Thanassoulis, "The use of data envelopment analysis in the regulation of UK water utilities: Water distribution," *European Journal of Operational Research*, **126**, pp. 453–463, 2000.
- [41] T. Sueyoshi, M. Goto and T. Ueno, "Performance analysis of us coal-fired power plants by measuring three DEA efficiencies," *Energy Policy*, **38**, pp. 1675–1688, 2010.
- [42] H. Yang and M. Pollitt, "Incorporating both undesirable outputs and uncontrollable variables into DEA: The performance of chinese coal-fired power plants," *European Journal of Operational Research*, **197**, pp. 1095–1105, 2009.
- [43] R. Färe, S. Grosskopf and F. Hernandez-Sancho,

- “Environmental performance: An index number approach,” *Resource and Energy Economics*, **26**, pp. 343–352, 2004.
- [44] S. Honma and J.-L. Hu, “Total-factor energy efficiency of regions in Japan,” *Energy Policy*, **36**, pp. 821–833, 2008.
- [45] G. A. Boyd and J. X. Pang, “Estimating the linkage between energy efficiency and productivity,” *Energy Policy*, **28**, pp. 289–296, 2000.
- [46] J. G. Thursby and S. Kemp, “Growth and productive efficiency of university intellectual property licensing,” *Research Policy*, **31**, pp. 109–124, 2002.
- [47] M. Abbott and C. Doucouliagos, “The efficiency of Australian universities: A data envelopment analysis,” *Economics of Education Review*, **22**, pp. 89–97, 2003.
- [48] J. Johnes, “Data envelopment analysis and its application to the measurement of efficiency in higher education,” *Economics of Education Review*, **25**, pp. 273–288, 2006.
- [49] E. Thanassoulis, K. De Witte, J. Johnes, G. Johnes, G. Karagiannis and C. Portela, “Applications of data envelopment analysis in education,” *International Series in Operations Research and Management Science*, **238**, pp. 367–438, 2016.
- [50] L. Simar and P. Wilson, “A general methodology for bootstrapping in non-parametric frontier models,” *Journal of Applied Statistics*, **27**, pp. 779–802, 2000.